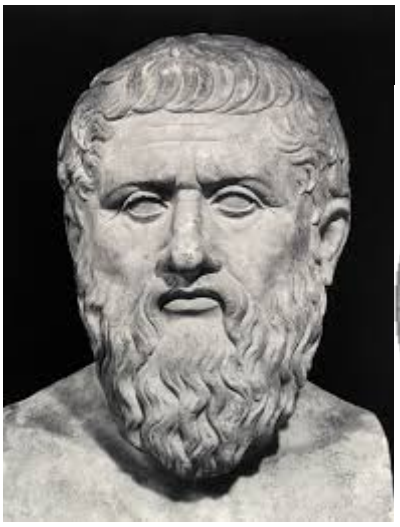
A ses débuts, il y a 4000 ans, la trigonométrie est un volet technique de l'astronomie. En effet, les astronomes babyloniens cherchent à déterminer la distance aux astres et la position des étoiles, mais ne peuvent mesurer que des angles. Ils constituent les premières tables astronomiques en divisant le cercle en 360 degrés, leur système de numération étant en base 60. Les premiers problèmes d'atronomie résolus par des techniques de trigonométrie sont la distance de la Terre à la Lune par ***Aristarque de Samos*** et la circonférence terrestre par ***Ératosthène de Cyrène***. À la même époque, ***Archimède*** calcule un intervalle de valeurs pour π.

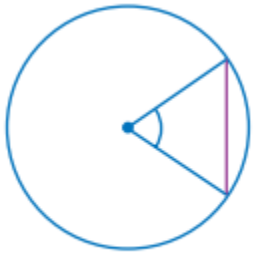


Aristarque de Samos
(environ 310 – 230 avant J.-C.)

Eratosthène
(276-194 avant J.-C.)

Archimède
(282-212 avant J.-C.)

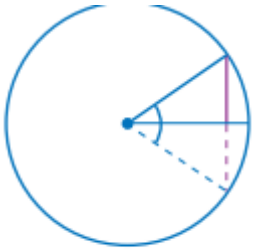
Convaincu de la circularité des trajectoires des planètes et que les étoiles sont toutes à la même distance de la Terre, sur la sphère des fixes, ***Hipparque de Nicée*** mesure les angles entre les étoiles et dresse les premières tables de cordes qui permettent dans un cercle de déterminer la longueur d'une corde en fonction de l'angle au centre qui lui est associé. Ce faisant, il est amené à constater que l'axe de la Terre n'est pas fixe, il crée l'astrolabe, permettant de déterminer la hauteur d'un astre par rapport à l'horizon, et développe l'idée des parallèles et des méridiens pour repérer tout point sur la Terre. À l'aide de ses tables de cordes, il calcule la distance de la Terre à la Lune ainsi que le rayon et la circonférence de cette dernière.



Géométrie des cordes

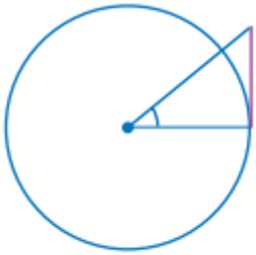
Un siècle plus tard, ***Claude Ptolémée*** poursuit le travail d'Hipparque, notamment en améliorant la précision des tables de cordes et en les utilisant pour calculer la trajectoire des planètes.

En Inde, au Ve siècle, ***Aryabhata*** l'ancien eut l'idée d'utiliser la demi-corde au lieu de la corde. Les mathématiciens indiens ont alors remplacé les tables de cordes par des tables de demi-cordes ou tables des sinus. Le monde arabe prend la relève au VIIIe siècle alors que Bagdad et Damas deviennent les nouveaux centres de la science et que les textes mathématiques grecs et indiens sont traduits en arabe.



Géométrie des demi-cordes

Al-Khwarizmi établit les premières véritables tables du sinus. Al-Battani produit de nouvelles tables pour la Lune et le Soleil, introduit l'usage du sinus dans les calculs, et en partie celui de la tangente, formant ainsi les bases de la trigonométrie moderne. Le mathématicien d'origine iranienne ***Abou Al-Wafa*** (940- 997) développe l'usage de la tangente, qui est la fonction idéale pour mesurer une hauteur, et choisit le cercle de rayon unitaire dans l'établissement des tables.



La tangente

Avec ***Nasir Al-din Tusi*** (1201-1274), qui établit la loi des sinus, la trigonométrie devient un champ disciplinaire distinct de l'astronomie. Au XIVe siècle, ***Al-Kashi*** construit de nouvelles tables de fonctions trigonométriques et découvre la relation permettant de calculer la longueur des côtés dans un triangle quelconque, appelée maintenant « loi des cosinus ».

Les traductions en latin des ouvrages arabes, à partir du XIIe siècle permettent à l'Occident de prendre la relève. Au XVe siècle, l'astronome et mathématicien allemand ***Johann Müller*** (1436-1476), développe la trigonométrie comme une branche indépendante des mathématiques. Au XVIe siècle ***François Viète*** fait évoluer la trigonométrie pour lui donner la forme qu'on lui connaît et ***Albert Girard*** (1595-1632) introduit les notations sin, cos et tan.

L'avènement de la géométrie analytique a facilité à la fois la représentation graphique et la généralisation des fonctions trigonométriques en permettant de définir celles-ci dans le cercle trigonométrique.

Le mot *trigonométrie*, utilisé pour la première fois en 1595 par l'Allemand Pitiscus, désigne l'étude des triangles : en grec, *trigonos* signifie "triangle" et *metron*, "mesure".

Jusqu'à présent, nous avons défini les nombres trigonométriques comme des rapports dans un triangle rectangle. Les angles considérés étaient donc toujours positifs et inférieurs à 90°. Dans ce chapitre, par le biais du cercle trigonométrique, on étend ces définitions à d'autres angles. On établit ensuite les formules qui permettent de calculer des mesures de distances et d'angles dans le triangle quelconque. Ces formules s'appuient sur celles que l'on a apprises précédemment à propos du triangle rectangle. On attribue à Al-Kashi (1390–1450) la formule dite « du cosinus » que l'on découvrira plus loin.

Lorsque l'on étudie l'impact de la hauteur du soleil dans le ciel sur la puissance de l'ensoleillement au sol, l'effet des marées sur la hauteur de l'eau dans un port, ... sinus, cosinus et tangente sont considérés comme des fonctions. Ces fonctions servent de modèle mathématique pour d'autres phénomènes périodiques : les ondes sonores, visuelles, électromagnétiques, ...

HISTOIRE DE LA TRIGONOMETRIE (CLAIRE FRANCESCONI)

https://tinyurl.com/299gf76z